

Maraton matematyczny P2

- 1) Rozwiąż nierówność: a) $-3x^2 - 2x + 1 \geq 0$, b) $2x^2 - x + 3 > 0$.
- 2) Dana jest funkcja $f(x) = x^2 - 6x + 8$. Zapisz wzór funkcji w postaci kanonicznej i narysuj jej wykres.
- 3) Podane ~~wielomiany~~ ^{wyrażenia} rozłóż na czynniki: a) ~~$W(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 9$~~ , b) ~~$W(x) = x^3 - 6x$~~ .
- 4) Rozwiąż równanie $\frac{x-3}{3+x} = 2x$.
a) $10x^3 - 3x^2 - x$ b) $x^3 - 6x$
- 5) Dany jest ciąg arytmetyczny, w którym: $a_{12} = -30$, $a_{13} = -27$. Oblicz sumę dwunastu początkowych wyrazów tego ciągu.
- 6) Wyznacz wszystkie wartości x , dla których liczby 9, $x - 3$, 4 w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego.
- 7) Do okręgu o środku w punkcie $O = (4, -2)$ należy punkt $A = (1, 2)$. Wyznacz promień tego okręgu.
- 8) W trójkącie prostokątnym, w którym przyprostokątne mają długości 2 i 4, jeden z kątów ostrych ma miarę α . Oblicz $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
- 9) W okręgu o środku w punkcie O i promieniu r poprowadzono cięciwę AC , która ze średnicą CD tworzy kąt 50° . Oblicz miary kątów trójkąta AOD i trójkąta ACD .
- 10) Wykaż, że jeśli $a > 0$, to $\frac{a^2+1}{a+1} \geq \frac{a+1}{2}$.
- 11) Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = x^2 - 4x$ w przedziale $(-3, -1)$.
- 12) Zbiorem wartości funkcji kwadratowej $f(x) = -3x^2 + 6x + c$ jest przedział $(-\infty, 4)$. Wyznacz współczynnik c .
- 13) Skróć wyrażenie $\frac{2x^2-3x-2}{-8(x+0,5)}$, gdy $x \neq -0,5$.
- 14) Sprawdź, czy istnieją wyrazy ciągu (a_n) określonego wzorem $a_n = \frac{n+5}{n^2-7}$, które są równe 1.
- 15) Pan Andrzej wpłacił do banku 8000 zł na dwuletnią lokatę, na procent składany. Oblicz, jaką kwotą będzie dysponował po tym okresie, jeżeli oprocentowanie roczne lokat w tym banku wynosi 6%, a odsetki są kapitalizowane co rok?
- 16) W trapezie trzy boki mają długość 8 cm, a kąt rozwarty ma miarę 150° . Oblicz długość dłuższej podstawy.
- 17) Oblicz miary kątów rombu, którego bok ma długość $2\sqrt{15}$ cm, a pole jest równe $30\sqrt{3}$ cm².
- 18) W równoległoboku o kącie ostrym $\alpha = 60^\circ$ wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta rozwartego jest równa $2\sqrt{3}$ cm i dzieli podstawę w stosunku 1:3. Oblicz pole tego równoległoboku.
- 19) Punkty A, B, C dzielą okrąg na trzy łuki, których stosunek wynosi 4:3:2. Oblicz miary kątów trójkąta ABC .
- 20) Wyznacz równanie okręgu stycznego do osi OY , którego środkiem jest punkt $S = (-3, 2)$.