

## Zadania treningowe

1) Oblicz cztery początkowe wyrazy ciągu  $(a_n)$ :

a)  $a_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$ ,

b)  $a_n = n^n$ ,

c)  $a_n = \log_2 4^n$

2) Ile wyrazów dodatnich ma ciąg  $(a_n)$ ? Podaj największy z nich.

a)  $a_n = 13 - 3n$

b)  $a_n = 9 - n^2$

c)  $a_n = \frac{1}{2}(2+n)(6-n)$

3) Które wyrazy ciągu  $(a_n)$  są równe zeru?

a)  $a_n = n^2 + n - 6$

b)  $a_n = \frac{12n-3}{n+2}$

c)  $a_n = 2n^2 - 3n + 1$

4) Które wyrazy ciągu  $(a_n)$  są mniejsze od liczby  $m$ ?

a)  $a_n = \frac{n}{4} + 1, m = 10$

b)  $a_n = n^2 - 2n, m = 8$

c)  $a_n = n^2 - 4n, m = 6$

5) Sprawdź, czy istnieją wyrazy ciągu  $(a_n)$ , które są równe 7.

a)  $a_n = 2n + 1$

b)  $a_n = 1 - 2n$

c)  $a_n = 2n + 2$

d)  $a_n = 7 - n$

e)  $a_n = \frac{1}{7}(7-n)^2$

f)  $a_n = \frac{7-n}{n^2+\frac{1}{7}}$

6) Ile wyrazów ciągu  $(a_n)$  to liczby naturalne:

f)  $a_n = \frac{n+12}{n}$

b)  $a_n = \frac{20-n}{4}$

c)  $a_n = -\frac{1}{3}n^2 + 5n - 12$

7) Oblicz trzynasty wyraz ciągu arytmetycznego:

a) 0, 4, 8, 12, ...

b) 1,  $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $1 + \sqrt{2}$ , ...

c)  $4\frac{1}{3}$ ,  $3\frac{2}{3}$ , 3, ...

8) Czy ciąg  $(a_n)$  jest arytmetyczny? Odpowiedź uzasadnij.

a)  $a_n = 2 - 2n$

b)  $a_n = 2 + n^2$

c)  $a_n = \frac{2n+n^2}{n}$

9) Wykaż, że ciąg  $a_n = \log_2(2 \cdot 3^n)$  jest ciągiem arytmetycznym. Oblicz jego pierwszy wyraz i różnicę.

10) Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , jeśli:

a)  $a_2 = 8, a_6 = 0$

b)  $a_4 = -5, a_7 = -4$

c)  $a_2 = 1, a_4 = 3 - 2\sqrt{3}$

11) Wyznacz  $x$ , wiedząc, że podane liczby są kolejno pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego:

a)  $x, 7, 19$

b)  $x - 4, 3, x + 4$

c)  $x - 1, 3, x + 7$

12) Wyznacz  $x$ , wiedząc, że podane liczby są kolejno pierwszym, drugim i trzecim wyrazem niemonotonicznego ciągu geometrycznego:

a) 2,  $x, 18$

b)  $x - 4, 3, x + 4$

c)  $x - 1, 3, x + 7$

13) Wyznacz  $x$ , jeżeli liczby 2,  $x, 7$  w podanej kolejności są:

a) pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego

b) pierwszym, piątym i dziewiętnastym wyrazem ciągu arytmetycznego

c) trzecim, siódmym i dziewiętnastym wyrazem ciągu arytmetycznego.

14) Wyznacz  $x$ , jeżeli:

a)  $x, 6, 18$  to pierwszy, drugi i czwarty wyraz ciągu geometrycznego

b)  $x, 12, 96$  to pierwszy, drugi i piąty wyraz ciągu geometrycznego

c)  $x, 24, 384$  to pierwszy, trzeci i siódmy wyraz ciągu geometrycznego.

15) Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę ciągu arytmetycznego, w którym:

a) drugi wyraz wynosi 3 a czwarty 9

b) trzeci wyraz wynosi 0, a dziesiąty  $-7$

c) czwarty wyraz wynosi  $-13$ , a dziesiąty  $-43$ .

16) Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz ciągu geometrycznego, w którym:

a) drugi wyraz wynosi 2, a piąty 16

b) trzeci wyraz wynosi 9, a piąty 81

c) piąty wyraz wynosi 1, a dziesiąty 4.

17) Wyznacz  $x$ , wiedząc, że podane w następującej kolejności liczby:

a)  $4x^2 - 1, 6x + 1, x^2 + 7$  – tworzą ciąg arytmetyczny

b)  $x^2, 2x - 1, x - 2$  tworzą ciąg arytmetyczny

c)  $x^2, -x, 2 - x^2$  tworzą ciąg arytmetyczny stały.

- 18) Wyznacz  $x$ , jeżeli przedstawione w następującej kolejności liczby:
- $4, x - 2, 16$  tworzą ciąg geometryczny
  - $x - 3, 2x - 5, 2x + 1$  tworzą ciąg geometryczny
  - $x, 2x - 3, 3x$  tworzą ciąg geometryczny niemonotoniczny
- 19) Wyrazami ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 7 dają resztę 3. Oblicz dwudziesty wyraz tego ciągu, jeśli  $a_{10} = 66$ .
- 20) Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , jeśli:
- $a_1 + a_2 = 11$  i  $a_3 + a_4 = 31$
  - $a_1 + a_3 = -2$  i  $a_2 \cdot a_4 = -5$
- 21) a) Liczby  $x - 4, 5, x + 12$  tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz  $x$ .  
 b) Liczby  $6, x, y, z, 9$  tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz  $x, y, z$ .
- 22) Długości trzech krawędzi prostopadłościanu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy  $r = 3$ . Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe 132. Oblicz jego objętość.
- 23) Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy  $r > 0$ . Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.
- 24) Oblicz:
- $3 + 6 + 9 + \dots + 96$
  - $1 + 5 + 9 + \dots + 101$
- 25) Dane są trzy początkowe wyrazy ciągu geometrycznego  $(a_n)$ . Dopisz trzy kolejne wyrazy tego ciągu i wyznacz jego wzór ogólny.
- $3, -6, 12$
  - $27, 18, 12$
  - $\sqrt{3} - \sqrt{2}, 1, \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- 26) Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego  $(a_n)$ .
- $a_1 = 3, a_2 = 6$
  - $a_3 = 9, a_4 = 6$
  - $a_1 = -3, a_4 = 24$
- 27) Dany jest ciąg geometryczny  $(a_n)$ . Oblicz  $a_1, q$  oraz  $a_4$ .
- $a_n = -2 \cdot 3^n$
  - $a_n = 2^{-n}$
  - $a_n = 3 \cdot (-2)^n$
  - $a_n = -2^n$
- 28) Czy ciąg  $(a_n)$  jest geometryczny? Odpowiedź uzasadnij.
- $a_n = 3n^2$
  - $a_n = 3^{n+2}$
  - $a_n = 3 + 2^n$
  - $a_n = 3^n \cdot 2^n$
- 29) Oblicz sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , jeżeli:
- $a_1 = 4, 2a_5 = 3a_4, n = 5$
  - $a_2 = 2, a_7 = -64, n = 8$

### Zadania zamknięte

- Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym  $a_n = (-1)^n \cdot (25 - 9n^2)$ . Różnica  $a_2 - a_1$  jest równa:  
 A.  $-37$       B.  $-16$       C.  $-5$       D.  $5$
- Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (n + 3)(n - 5)$  dla  $n \geq 1$ . Liczba ujemnych wyrazów tego ciągu jest równa:  
 A.  $3$       B.  $4$       C.  $7$       D.  $9$
- Różnica ciągu arytmetycznego danego wzorem  $a_n = \frac{3-6n}{2}$  jest równa:  
 A.  $-6$       B.  $-3$       C.  $3$       D.  $6$
- Trzeci wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  jest równy 24, a szósty wynosi 9. Suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa:  
 A.  $144$       B.  $120$       C.  $112$       D.  $99$
- Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 6, a suma jego pięciu początkowych wyrazów wynosi 130. Czwarty wyraz tego ciągu wynosi:  
 A.  $26$       B.  $30$       C.  $36$       D.  $46$
- Iloczyn trzech początkowych wyrazów ciągu geometrycznego  $(a_n)$  jest równy 729. Drugim wyrazem tego ciągu jest liczba:  
 A.  $6$       B.  $9$       C.  $12$       D.  $18$
- W dziewięciowyrazowym ciągu geometrycznym o wyrazach dodatnich pierwszy wyraz jest równy 3, a ostatni wyraz jest równy 12. Piąty wyraz tego ciągu jest równy:  
 A.  $3\sqrt[4]{2}$       B.  $6$       C.  $7\frac{1}{2}$       D.  $8\frac{1}{7}$

8. Liczby:  $-8, 4$  i  $x + 1$  (w podanej kolejności) są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Wówczas liczba  $x$  jest równa:  
A.  $-3$                       B.  $-1,5$                       C.  $1$                               D.  $15$
9. Liczby  $8, x, y, 27$  tworzą ciąg geometryczny. Iloczyn liczb  $x$  i  $y$  jest równy:  
A.  $144$                       B.  $196$                       C.  $216$                       D.  $248$

**Zadania za 2 pkt.**

1. Dany jest ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$ , dla  $n \geq 1$ . Oblicz  $a_2$  i  $a_5$ .
2. Ile wyrazów ujemnych ma ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = n^2 - 2n - 24$  dla  $n \geq 1$ .
3. Liczby:  $x - 2, 3, x + 6$  są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$ .
4. Wykaż, że dla każdego  $m$  ciąg o kolejnych wyrazach:  $\frac{m+1}{4}, \frac{m+3}{6}, \frac{m+9}{12}$  jest arytmetyczny.
5. Liczby:  $2, (x - 3), 8$  są w podanej kolejności pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$ .
6. Wyrazami ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2. Ponadto  $a_3 = 12$ . Oblicz  $a_{15}$ .
7. Oblicz różnicę  $r$  ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , w którym piąty wyraz jest o 2 mniejszy od drugiego wyrazu.
8. Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ , w którym  $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 105$ . Oblicz  $a_7$ .
9. Oblicz sumę  $5 + 9 + 13 + \dots + 105$ .
10. Wyznacz wzór ogólny ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , jeżeli  $a_1 = 3$  oraz  $a_3 = 5a_2$ .
11. Liczby:  $\frac{27}{2}, a, b, 4$  tworzą ciąg geometryczny. Oblicz  $a$  i  $b$ .
12. Wyznacz  $x$ , tak by liczby:  $9, x, x - 2$  tworzyły malejący ciąg geometryczny.